

Cédula	Nombre y apellido

- La duración del examen es de 3 horas.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- El examen es individual.
- Cada ejercicio de múltiple opción tiene una sola opción correcta.

Respuestas Múltiple Opción: rellenar con A, B, C o D					
MO1	MO2	MO3	MO4	MO5	MO6

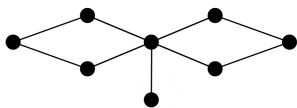
Correcta: 10 puntos. Incorrecta: -3 puntos. Sin responder: 0 punto.

Múltiple Opción

1. Un clique de un grafo G es un subgrafo completo de G . ¿Cuántos cliques con al menos 5 vértices hay en el grafo completo de ocho vértices K_8 ?

- A) 93; C) 72;
B) 101; D) 64.

2. Indique la cantidad de **árboles** recubridores del siguiente grafo.



- A) 48; C) 16;
B) 28; D) 32.

3. Sean $A = \{1, 2, 3\}$ y $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Indique la cantidad de conjuntos B que verifican: $A \subseteq B \subseteq C$ y que además tienen al menos dos elementos pares.

- A) 64; C) 56;
B) 48; D) 45.

4. Para cada entero positivo n se cumple que $S(n, 2)$ (el número de Stirling de segunda especie) vale:

- A) $2^n - 2$; C) $2^{n+1} - 3$;
B) $2^{n-1} - 1$; D) $2^{n-1} - 2n + 1$.

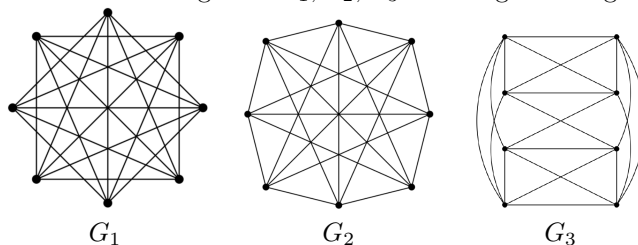
5. Sea k el número de relaciones de equivalencia R en $A = \{1, 2, \dots, 10\}$, que verifican las siguientes propiedades:

- i) $\forall x \in A$, existe $y \in A$ con $y \neq x$ y tal que xRy ;
ii) $\forall x, y, z \in A$: xRy e xRz implica $x = y$, $x = z$ o $y = z$.

Entonces k es igual a:

- A) $\frac{10!}{2^5 \cdot 5!}$; B) $\frac{10!}{2}$; C) $\frac{10!}{5!}$; D) $10!$.

6. Se consideran los grafos G_1, G_2, G_3 de la siguiente figura:



- A) G_1, G_2 y G_3 son dos a dos **no** isomorfos. C) Sólo G_1 y G_2 son isomorfos entre sí.
B) Sólo G_1 y G_3 son isomorfos entre sí. D) Sólo G_2 y G_3 son isomorfos entre sí.

Desarrollo

1. (20 puntos) Sea G un grafo conexo.

- A) Dar la definición de **recorrido** euleriano.
B) Enunciar una condición necesaria y suficiente para que un grafo admita recorrido euleriano.
C) Demostrar la condición suficiente enunciada antes. Se permite utilizar la condición suficiente para **circuito** euleriano.

2. (8 puntos) Se quieren repartir 15 naranjas (idénticas) y 15 manzanas (idénticas) entre 3 personas (distintas). Cada persona debe tener al menos 2 naranjas y al menos 3 manzanas. Hallar la cantidad de formas de repartir las frutas.

3. (12 puntos) Dado $n \geq 0$, sea a_n la cantidad de secuencias lineales formadas por dígitos 1 y 2, y cuyos dígitos suman n .

- A) Se asume $a_0 = 1$ (la tira vacía es la única que suma cero). Calcular a_1, a_2, a_3 y a_4 .
B) Hallar una relación de recurrencia para a_n . Explicar cómo se obtiene la recurrencia.
C) Resolver la recurrencia con las condiciones iniciales.